

Annexe B

Démonstration de la méthode de Roy

Pour calculer les temps t_K , t_L et t_M figurant dans l'équation (B.1) on doit résoudre le système d'équations de (B.1) à (B.3).

$$T_C V_O = t_K V_K + t_L V_L + t_M V_M \quad (B.1)$$

$$\frac{t_K}{t_L} = \frac{V_K}{V_L} \quad (B.2)$$

$$t_K + t_M + t_L = T_C \quad (B.3)$$

Ce qui implique que

$$t_K = \frac{V_K}{V_L} t_L \quad (B.4)$$

$$t_M = T_C - t_K - t_L \quad (B.5)$$

En remplaçant (B.4) et (B.5) dans (B.1) on trouve :

$$T_C V_O = \frac{V_K}{V_L} t_L V_K + t_L V_L + (T_C - t_K - t_L) V_M \quad (B.6)$$

Après un calcul on trouve

$$T_C (V_O - V_M) V_L = (V_K^2 + V_L^2) t_L - (V_K + V_L) V_M t_L \quad (B.7)$$

En ajoutant et en soustrayant au deuxième membre la quantité $V_M^2 t_L$ il vient :

$$T_C (V_O - V_M) V_L = (V_K^2 + V_L^2 + V_M^2) t_L - (V_K + V_L + V_M) V_M t_L \quad (B.8)$$

Ce qui donne :

$$t_L = \frac{T_C (V_O - V_M) V_L}{(V_K^2 + V_L^2 + V_M^2) + (V_K + V_L + V_M) V_M} \quad (B.9)$$

Comme le système est triphasé équilibré alors $V_K + V_L + V_M = 0$. D'un autre cote, la somme des carrés des trois tensions instantanées V_K, V_L, V_M est égale à la somme des carrés des trois tensions d'entrées instantanées V_A, V_B, V_C , il vient donc :

$$V_K^2 + V_L^2 + V_M^2 = V_{im}^2 \cos^2(\omega_i t) + V_{im}^2 \cos^2(\omega_i t - 2\pi/3) + V_{im}^2 \cos^2(\omega_i t - 4\pi/3) \quad (B.10)$$

D'après les formules trigonométriques on a :

$$\begin{aligned} \cos^2(\omega_i t) &= \frac{1 + \cos(2\omega_i t)}{2} \\ \cos^2(\omega_i t - \frac{2\pi}{3}) &= \frac{1 + \cos(2\omega_i t - \frac{4\pi}{3})}{2} \\ \cos^2(\omega_i t + \frac{2\pi}{3}) &= \frac{1 + \cos(2\omega_i t + \frac{4\pi}{3})}{2} \end{aligned} \quad (B.11)$$

En remplaçant (B.11) dans (B.10), on obtient

$$V_K^2 + V_M^2 + V_L^2 = V_{im}^2 \left(\frac{1 + \cos(2\omega_i t)}{2} + \frac{1 + \cos(2\omega_i t - 2\pi/3)}{2} + \frac{1 + \cos(2\omega_i t - 4\pi/3)}{2} \right) \quad (B.12)$$

Après simplification on trouve

$$V_K^2 + V_M^2 + V_L^2 = \frac{3V_{im}^2}{2} \quad (B.13)$$

Donc, l'équation (B.9) se réduit à

$$t_L = \frac{T_C (V_S - V_M) V_L}{\frac{3V_{im}^2}{2}} \quad (B.14)$$

Le temps t_K peut être obtenu par un calcul similaire et t_M peut être en déduit en utilisant l'équation (B.5).